



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas
Matemáticas
3 semanas de instrucción

| ETAPA 1 – (Resultados esperados) | |
|--|--|
| Resumen de la Unidad: | En esta unidad el estudiante identificará y clasificará ángulos. Logrará entender teoremas básicos sobre círculos y hallará longitudes de arcos y áreas de sectores de círculos. |
| Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD) | |
| <p>PE1 ¿Qué conexiones hay entre los ángulos y líneas, y cómo cambian estas relaciones cuando se manipulan los ángulos y las líneas? CD1 Visualización de ángulos es importante para estimar, describir, medir y crear ángulos en ambientes cotidianos y el lugar de trabajo.</p> <p>PE2 ¿Cómo podemos estimar, medir y construir ángulos? CD2 La comprensión de los ángulos es esencial en muchos oficios y nuestro medio ambiente.</p> <p>PE3 ¿Cómo se miden los ángulos? CD3 Los ángulos se pueden medir en grados y radianes.</p> | |
| Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A) | |
| <p>T1. El estudiante reconocerá y aplicará la relación entre grados y radianes para resolver problemas utilizando el cálculo mental y la tecnología.</p> <p><i>El estudiante adquiere destrezas para...</i></p> <p>A1. Identificar y clasificar ángulos.</p> <p>A2. Convertir de medida en grados a medidas en radianes y viceversa.</p> <p>A3. Hallar la longitud del arco de una circunferencia, dado la medida del ángulo de centro y la longitud del radio.</p> <p>A4. Hallar ángulos suplementarios y complementarios.</p> | |
| Los Estándares de Puerto Rico (PRCS) | |
| Estándar de Funciones | |
| ES.F.28.1 | Reconoce que la medida de un ángulo en radianes es igual a la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario y utiliza este argumento para la solución de problemas. |
| Estándar de Numeración y Operación | |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas
Matemáticas
3 semanas de instrucción

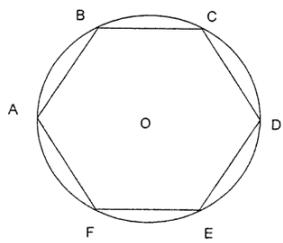
| | |
|--|---|
| ES.N.2.1 | Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos. |
| ES.N.2.2 | Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades. |
| Estándar de Geometría | |
| ES.G.34.1 | Al usar semejanza, encuentra el hecho de que la longitud del arco intersecado por un ángulo es proporcional al ángulo, y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad; aplica la fórmula para hallar área de un sector circular. |
| Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM) | |
| PM1 | Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza. |
| PM2 | Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa. |
| PM3 | Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros. |
| PM4 | Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos. |
| PM5 | Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos. |
| PM6 | Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros. |
| PM7 | Discierne y usa patrones o estructuras. |
| PM8 | Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos. |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas

Matemáticas

3 semanas de instrucción

| ETAPA 1 – (Resultados esperados) | | | ETAPA 2 (Evidencia de avalúo) | | ETAPA 3 (Plan de aprendizaje) |
|---|---|--|--|---|--|
| Alineación de la Unidad | Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i> | Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i> | Tareas de desempeño | Otra evidencia | Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección |
| <p>PRCS: ES.F.28.1 ES.N.2.1 ES.N.2.2 ES.G.34.1</p> <p>PM: PM3 PM4 PM5</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: A1/A2/A3/A4</p> | <ul style="list-style-type: none"> Cómo utilizar semejanza para encontrar el hecho de que la longitud del arco intersecado por un ángulo es proporcional al ángulo, y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad; aplica la fórmula para hallar área de un sector circular. Cómo entender la medida de un ángulo en radianes como la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario. | <p><i>Operaciones y estimados</i> <i>Formas geométricas</i> <i>Localización y relaciones espaciales</i> <i>Patrones y relaciones</i> <i>Representaciones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Convertir medidas de ángulos en grados, minutos y segundos a grados decimales y viceversa. Clasificar ángulos de acuerdo a sus medidas. Determinar la medida de los ángulos en grados y radianes, y establecer las conversiones entre ambas unidades de medida. | <p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección "Tareas de desempeño" al final de este mapa.</i></p> <p>Una mente Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> Pida a los estudiantes que escriban un artículo con imágenes para ilustrar los ángulos y sus usos en la vida diaria. (ver abajo) | <p>Preguntas de ejemplos para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> El círculo con centro O y diámetro 12 está circunscrito en el hexágono regular ABCDEF. ¿Cuál es la longitud del arco ACE? <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>A. $2\pi/3$</p> <p>B. $4\pi/3$</p> <p>C. 4π</p> <p>D. 8π</p> <p>E. 16π</p> </div> </div> <p>El reloj</p> <p>En un reloj, la manecilla que marca la hora mide 4.5 pulgadas y la manecilla que marca los minutos mide 6 pulgadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la medida del arco que describe la manecilla que marca la hora a medida que esta se mueve de las 11 a las 4? ¿Cuál es la longitud de este arco? ¿Cuál es la medida del arco que describe la manecilla que marca los minutos a medida que esta se mueve de las 11 a las 4? ¿Cuál es la longitud de este arco? ¿Cuál es el área del sector que cubre la | <p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Circunferencia Trigonométrica</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta actividad se trabajara con tecnología (GeoGebra) para descubrir la relación entre grados y radianes y también la circunferencia trigonométrica. (ver anejo: "TR.1 Actividad de Aprendizaje-Circunferencia Trigonométrica") <p>Ejemplo 1 para planes de la lección: Ángulos en el plano</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta lección, los estudiantes identificarán y describirán ángulos en el plano y harán conversiones de medidas de grados a radianes, y viceversa. Guíalos paso a paso con las notas guiadas mientras los estudiantes completan las hojas a medida que discutes cada tema. (ver anejo: "TR.1 Lección de practica - Ángulos en el plano") Dales a los estudiantes problemas de práctica para consolidar la lección. <p>Ejemplo 2 para planes de la lección: Radianes, grados, longitud de arco, sectores</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta lección, los estudiantes aprenderán cómo convertir de radianes a grados y |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas

Matemáticas

3 semanas de instrucción

| ETAPA 1 – (Resultados esperados) | | | ETAPA 2 (Evidencia de avalúo) | | ETAPA 3 (Plan de aprendizaje) |
|----------------------------------|---|--|-------------------------------|--|---|
| Alineación de la Unidad | Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i> | Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i> | Tareas de desempeño | Otra evidencia | Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección |
| | | <ul style="list-style-type: none"> Encontrar el ángulo complementario y/o suplementario a un ángulo dado. Identificar ángulos en posición estándar y asociar su medida con la rotación del lado terminal(ángulos positivos y negativos) Tomar decisiones sobre unidades de medida apropiadas de acuerdo a la situación que involucre ángulos, y escoger el grado de precisión adecuado a | | <p>manecilla que marca la hora a medida que se mueve de las 11 a las 4?</p> <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Explica cómo saber la suma de ángulos de un polígono con 85 lados. 2. Explica cuáles son los pros y los contras de medir los ángulos en grados y los radianes. 3. Explica porque la trigonometría utiliza radianes en vez de grados. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. <p>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</p> <ul style="list-style-type: none"> En la clase de hoy aprendí _____. Hoy estuve confundido con _____. | <p>viceversa. Aprenderán además cómo medir la longitud de arco y área de los sectores. Guíalos paso a paso con las notas guiadas mientras los estudiantes completan las hojas a medida que discutes cada tema. (ver anejo: “TR.1 Lección de practica - Radianes, grados, longitud de arco, sectores”).</p> <p>(Fuente: http://www.wsfc.k12.nc.us/Page/7246)</p> <p>Ejemplo 3 para planes de la lección: Recorrido de valores posibles</p> <ul style="list-style-type: none"> Sin discutir específicamente las razones trigonométricas como funciones, o usar términos como dominio y recorrido, los estudiantes explorarán los valores posibles de funciones trigonométricas de forma práctica al crear triángulos. (ver abajo) |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas
Matemáticas
3 semanas de instrucción

| ETAPA 1 – (Resultados esperados) | | | ETAPA 2 (Evidencia de avalúo) | | ETAPA 3 (Plan de aprendizaje) |
|----------------------------------|---|--|-------------------------------|----------------|---|
| Alineación de la Unidad | Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i> | Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i> | Tareas de desempeño | Otra evidencia | Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección |
| | | <p>presentar sus resultados.</p> <ul style="list-style-type: none">• Calcular longitudes de arco de un círculo de radio r subtendido por un ángulo central θ.• Determinar el área de un sector circular de radio r formado por un ángulo central θ.• Encontrar la velocidad lineal de un objeto que se mueve alrededor de un círculo de radio r a una velocidad constante en un tiempo t en situaciones de la vida real.• Hallar la velocidad | | | |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas
Matemáticas
3 semanas de instrucción

| ETAPA 1 – (Resultados esperados) | | | ETAPA 2 (Evidencia de avalúo) | | ETAPA 3 (Plan de aprendizaje) |
|----------------------------------|---|--|-------------------------------|----------------|---|
| Alineación de la Unidad | Enfoque de contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i> | Dominios y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i> | Tareas de desempeño | Otra evidencia | Actividades de aprendizaje sugeridas y ejemplos para planes de la lección |
| | | angular de un objeto que viaja alrededor del círculo con un ángulo central θ (en radianes) en un tiempo t , en situaciones de la vida real. | | | |
| Vocabulario de Contenido | | | | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> • Ángulo • Ángulo agudo, recto u obtuso • Ángulos complementarios • Ángulos suplementarios • Ángulos coterminales • Ángulos en posición estándar • Ángulos positivos o negativos • Ángulo cuadrantal | <ul style="list-style-type: none"> • grados, minutos y segundos (grados sexagesimales) • Medida en radianes • Ángulo central • Longitud del arco • Área de sector circular • Arco • Sector Circular | | | |



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas
Matemáticas
3 semanas de instrucción

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Martin Plimmer**
 - Más allá de la coincidencia
- **Juan Carlos Arce**
 - *El matemático del rey*
- **Marcus Du Sautoy**
 - *La música de los números primos: El enigma de un problema matemático abierto*
- **Eli Maor**
 - *Trigonometric Delight*
- **McGraw Hill**
 - *Matemáticas Integradas I, II, III*
- **Raymond Barnett**
 - *Pre cálculo: Funciones y gráficas*
- **Glencoe**
 - *Álgebra I*

Recursos adicionales

- <http://profjserrano.wordpress.com/>
- http://education.ti.com/downloads/guidebooks/graphing/84p/TI84Plus_guidebook_ES.pdf
- <http://isa.umh.es/calc/TI/TI83/TI83manual-spa.pdf>
- <http://www.optical-illusion-pictures.com/paradox.html>
- http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/5EP_Mat_cas_ud12_angulos/frame_prim.swf



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas

Matemáticas

3 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

Una mente matemática

- "Una mente matemática", una nueva revista está tratando de crear una sección acerca de las matemáticas en el mundo. En su próxima edición, quieren incluir ángulos. Te han contratado para escribir un artículo con imágenes que se podrán utilizar para ilustrar los ángulos. Les gustaría que las imágenes utilizadas incluyan todos los ángulos que conozcas. Después de leer el artículo, el público debe ser capaz de entender cada ángulo y como los ángulos se utilizan en nuestra vida diaria.
 - 1) Escribe una rápida introducción sobre los usos de los ángulos. ¿Por qué los estudiamos? ¿Dónde se utilizan? Esto debe "enganchar" a la gente a leer tu artículo.
 - 2) Ahora empieza a encontrar imágenes. Asegúrate de citar donde encontraste cada imagen. Debes dar crédito a la persona que tomó la fotografía. También puedes tomar tus propias imágenes si dispones de un dispositivo para hacerlo.
 - 3) Nombra cinco profesiones que utilizan ángulos. Describe cómo se utilizan ángulos y por qué son importantes para las profesiones que nombraste.
 - 4) Piensa en todas las veces que se ven líneas y ángulos en la vida real. ¿Qué tipo de ángulos es lo que ves? En tu trabajo debes encontrar 6 diferentes ejemplos de ángulos. Asegúrate de mostrar todos los ángulos que hemos aprendido (un ángulo por imagen). También debes incluir la definición de ángulos, y cómo se clasifican. Indica la relación de ángulo si hay. Si no hay ninguna relación, explica por qué.
 - 5) Busca una imagen que muestre.
 - a) ángulos suplementarios. Asegúrate de dar la definición en tus propias palabras.
 - b) Un ángulo bisecado y dar una definición en tus propias palabras.
 - c) Un ángulo perpendicular y dar una definición en tus propias palabras
 - d) Ángulo agudo, recto, obtuso y reflejo. Da la definición del ángulo en tus propias palabras.
 - 6) Es sugerido que uses un transportador en 3 cuadros para demostrar ángulos de referencias de 30° , 45° y 60° .
 - 7) Escribe un párrafo final corto para tu artículo.



Unidad Trigonometría 1: Los ángulos y sus medidas

Matemáticas

3 semanas de instrucción

Ejemplos para planes de la lección

Recorrido de valores posibles

- Sin discutir específicamente las razones trigonométricas como funciones, o usar términos como dominio y recorrido, los estudiantes explorarán los valores posibles de funciones trigonométricas de forma práctica al crear triángulos extremos. Notas para el maestro:
 - 1) Solicita a los estudiantes que se dividan en parejas; asegúrate de que cada una tenga regla, transportador y calculadora.
 - 2) Solicita a cada pareja que construya tres triángulos rectángulos de proporciones distintas y que rotule uno de los ángulos con "x". Mide los lados del ángulo "x" y organiza la información en una tabla. Además de poner una columna para el ángulo "x", crea una columna con las longitudes de los lados "o" (opuesto de x), "a" (adyacente de x) y "h" (hipotenusa). Ahora añade seis columnas adicionales: dos de seno, dos de coseno y dos de tangente. En total, la tabla deberá tener 10 columnas.
 - 3) Solicita a los estudiantes que calculen cada una de las funciones trigonométricas de dos formas distintas por cada triángulo (razón de los lados, función trigonométrica de la calculadora) y que rotulen las columnas según el método usado.
 - 4) Discutan los resultados; si sus respuestas son bastante diferentes en función del método, busca los errores en las medidas (o asegúrate de que la calculadora esté en modo de grado y no de radián).
 - 5) Ahora viene lo bueno: solicita a los estudiantes que exploren el recorrido de valores posibles del seno, coseno y tangente en la trigonometría de triángulos. Dale tiempo para que consideren los valores que ya hayan generado.
 - 6) Asegúrate de que todos los estudiantes tengan tiempo para explorar esta pregunta. Deberán crear nuevos triángulos "extremos": triángulos con un ángulo "x" muy grande o muy pequeño. ¿Qué es lo mayor o lo menor que puede ser "x"?
 - 7) A medida que los estudiantes comienzan a hacer conjeturas (por ejemplo, parece que el seno no puede ser nunca mayor que 1, y se va acercando a 1 a medida que "x" se va acercando a 90 grados), indica a los estudiantes que prueben usar la calculadora (halla el seno de 89 grados, 89.999 grados, etc.).
 - 8) Sirve de facilitador para que los estudiantes se encarguen de concluir la actividad. Anímalos a discutir el concepto de límite —que el ángulo "x" puede acercarse, pero nunca llegar a los 90 grados (o no se tiene triángulo), y que el valor de seno correspondiente puede acercarse pero nunca llegar a 1—.
 - 9) Diles a los estudiantes que hay formas de usar las razones trigonométricas en casos en que los ángulos equivalgan a 1, y que hay situaciones en que las razones trigonométricas son negativas, pero que no se aplican a nuestro estudio actual de los triángulos rectángulos. El recorrido de valores que han generado sirve específicamente para aplicar las razones trigonométricas a los triángulos rectángulos. Estudiarán la aplicación extendida de las razones cuando tomen trigonometría o pre cálculo en el futuro.

(Fuente: www.curriculumframer.com)